Devoir de Mathématiques – réponses de l’élève.

1. IM et IB sont rayons du cercle de centre I : ils sont donc égaux. Le triangle IMB est équilatéral parce qu'il a un angle BIX de 60° compris entre 2 côtés égaux. Donc **OBM** = **60**°.

Le triangle OBM est rectangle en M parce qu'il a pour hypothénuse le diamètre R du cercle de centre I et de rayon $\frac{R}{2}$. Donc **BOM** est égal à 180° moins (OMB + OBM) = 180° — (90° + 60°) = **30°.**

2. Lorsque dans un triangle, la médiane est égale à la moitié de l'hypothénuse, le triangle est rectangle. Comme MIB est équilatéral, QMI est isocèle. Donc, MQ = MI = MB. Cela entraîne donc que le triangle **IBQ. est rectangle en I.**

3. Dans le triangle OBM, M = 1d ; dans le triangle BIP, B = 1d parce que B est le pied de la tangente à (C). Donc M = B = 1d.

Dans le triangle OBM, B = 60° parce que MIB est un triangle équilatéral ; dans le triangle BIP, I=60° par construction. Donc B = I = 60°. Le triangle MIB étant équilatéral, IB = MB.

Les triangles OBM et BIP sont égaux (1er cas d'égalité).

4. BM= BI = $\frac{R}{2}$

- $OM^2 = OB^2 — BM^2$
- $R^2 - \frac{R^2}{4}$ ou $\frac{4R^2}{4} - \frac{R^2}{4}$
- **OM** = $\sqrt{\frac{3R^2}{4}}$ ou $\frac{R\sqrt{3}}{2}$
- **BQ =** 2 BM ou 2 IB

= $\frac{R}{2} * 2 = R$

- $AQ^2 = AB^2 — BQ^2$

$= 4R^2 — R^2$

AQ= $\sqrt{3R^2}$ ou $R\sqrt{3}$

- IP = OB car OMB = IBP

IP = R

- $IQ^2 = BQ^2 - IB^2$

$$= R^2 - \frac{R^2}{4} = \frac{4R^2}{4} - \frac{R^2}{4}$$

$$\mathbf{IQ} = \sqrt{\frac{3R^2}{4}} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

5. QIB — BIM = 30^0, donc MIQ = 30° et égal à MIQ, MPB, MBP et IQO.

QIO = 1d = PQI parce PQ est parallèle à AB.

Donc PQO = PIO = 240°

Dans le triangle QPI, P est égal à Q —1 = 60°

QIO = QIB, donc O = B = 60°

Donc QOI + QPI = 120°

Le triangle Qoi est égal PIB, donc QO est parallèle à PI.

OQPI est un parallélogramme car il a ses côtés parallèles deux à deux et ses angles opposés égaux deux à deux.